Задачи и решения к муниципальному этапу Всероссийской олимпиады школьников по астрономии 2017-2018 учебного года

7-8 класс

Задача № 1.

Сколько времени займет перелет с Земли до Альтаира, если расстояние до звезды равно 5,15 пк, а скорость космического корабля составляет 3% от скорости света?

Решение.

Так как скорость корабля указана в долях скорости света, то наиболее оптимальной единицей расстояния до звезды является световой год. Вычислим расстояние до звезды в световых годах. Учитывая, что

$$\mathbf{1}\ \text{пк} = \mathbf{3,26}\ \text{св. года},$$

получаем

$$\boldsymbol{L} = \mathbf{5,15 \cdot 3,26 = 16,789}\ \text{св. года}$$

То есть свету требуется 16,789 года, чтобы пролететь расстояние до звезды. Так как скорость космического корабля составляет 3% от скорости света, то ему понадобится

$$\boldsymbol{t} = \frac{\mathbf{16,789}}{\mathbf{0,03}} \approx \mathbf{560}\ \text{лет}$$

Ответ: около $\mathbf{560}$ лет

Задача № 2.

Время часовых поясов Липецка и Норильска различается на 4 часа. Какова долгота Норильска, если известно, что он смещён от центрального меридиана своего часового пояса на 2º к западу?

Решение.

Вся поверхность Земли разделена приблизительно вдоль меридианов на 24 часовых пояса, время в которых считается равным времени на центральном меридиане часового пояса. Так как вся окружность составляет 360º, а поясов 24, то долготы средних меридианов часовых поясов отличаются друг от друга на 15º. Липецк находится во втором часовом поясе, значит Норильск расположен в шестом (время часовых поясов Липецка и Норильска различается на 4 часа). Следовательно, долгота центрального меридиана часового пояса Норильска равна

$$\boldsymbol{\lambda}_{\text{ц}} = \mathbf{6 \cdot 15^\circ = 90^\circ}$$

Так как Норильск смещён от центрального меридиана к западу, то его долгота будет меньше на величину смещения

$$\boldsymbol{\lambda}_{\text{Норильск}} = \mathbf{90°} - \mathbf{2°} = \mathbf{88°}$$

Липецк и Норильск расположены в восточном полушарии, значит долгота восточная.

Ответ: 88° восточной долготы

<u>Задача № 3.</u>

За год на Землю выпадает около 10 000 тонн метеоритного вещества. На сколько процентов из-за этого изменится масса Земли за один миллион лет?

<u>Решение.</u>

За год выпадает 10 000 тонн метеоритного вещества или 10^7 килограмм, значит за 10^6 лет выпадет

$$\mathbf{10^7 \cdot 10^6 = 10^{13}}\text{кг}$$

Масса Земли составляет **$5{,}974 \cdot 10^{24}$ кг** (смотри справочные материалы). Следовательно, за один миллион лет масса Земли изменится на

$$\frac{\mathbf{10^{13}}\text{кг}}{\mathbf{5{,}974 \cdot 10^{24}}\text{ кг}} \cdot \mathbf{100}\ \% \approx \mathbf{1{,}67 \cdot 10^{-10}}\ \%$$

То есть за миллион лет масса Земли изменится примерно на полторы десятимиллиардных доли процента.

Ответ: $\mathbf{1{,}67 \cdot 10^{-10}}$ %

<u>Задача № 4.</u>

За сколько лет планета Нептун делает один оборот вокруг Солнца, если большая полуось её орбиты равна 30,1 астрономических единиц?

<u>Решение.</u>

Запишем третий закон Кеплера, где индекс 1 относится к Земле, а индекс 2 к Нептуну

$$\frac{{T_1}^2}{{T_2}^2} = \frac{{a_1}^3}{{a_2}^3}$$

Значит, учитывая данные для Земли, получаем

$$T_2 = T_1 \cdot \sqrt[2]{\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3} = \mathbf{1}\text{ год} \cdot \sqrt[2]{\left(\frac{\mathbf{30{,}1}\text{ а.е.}}{\mathbf{1}\text{ а.е.}}\right)^3} = \mathbf{165{,}14}\text{ года.}$$

Ответ: $\mathbf{165,14}$ года.

Задача № 5.

Человек, живущий на экваторе, ночью невооружённым глазом наблюдал звёздное небо в течение 6 часов. Оцените количество звёзд, которое он мог увидеть на небе за время наблюдения в идеальных условиях. Считать, что звёзды распределены по небу равномерно.

Решение.

В идеальных условиях на всей небесной сфере невооружённым глазом видно порядка 6 тысяч звёзд. Значит, в каждый момент времени мы видим только половину неба (вторая половина под горизонтом), то есть около 3 тысяч звёзд. С течением времени небесная сфера вращается. Полный оборот совершается за 24 часа. Так как наблюдатель находится на экваторе, то для него ось мира лежит в плоскости горизонта. Следовательно, за 6 часов из-за горизонта взойдёт ещё $\frac{6}{24}$ небесной сферы, на которых расположено порядка

$$\frac{6}{24} \cdot 6\,000 = 1\,500 \text{ звёзд}$$

Получаем, что наблюдатель увидит

$$3\,000 + 1\,500 = 4\,500 \text{ звёзд}$$

Ответ: примерно $\mathbf{4\,500}$ звёзд.

Задача № 6.

Широта самой северной точки Липецкой области составляет $\mathbf{53^\circ 35' 17''}$, а самой южной точки $\mathbf{51^\circ 55' 12''}$. Долгота самой западной точки Липецкой области составляет $\mathbf{2^h 31^m 02^s}$, а самой восточной $\mathbf{2^h 43^m 03^s}$. Какова максимальная протяженность Липецкой области в километрах с севера на юг и с запада на восток? Землю считать идеальным шаром с радиусом **6371 км**.

Решение.

Сначала выразим данные в задаче широты и долготы в градусах, а потом найдём их разность.

Широты:

$$\varphi_{\text{север}} = 53^\circ 35' 17'' = 53 + 35/60 + 17/3600 = 53,588^\circ$$

$$\varphi_{\text{юг}} = 51^\circ 55' 12'' = 51 + 55/60 + 12/3600 = 51,920^\circ$$

Разность широт

$$\Delta\varphi = \varphi_{\text{север}} - \varphi_{\text{юг}} = 53,588^\circ - 51,920^\circ = 1,688^\circ.$$

360° соответствует длине всего меридиана, то есть $\mathbf{2\pi R_{\oplus}}$, где $\mathbf{R_{\oplus}}$ = **6371 км**. Тогда углу $\Delta\boldsymbol{\varphi}$ будет соответствовать длина

$$\boldsymbol{L}_{\text{север-юг}} = \frac{\Delta\boldsymbol{\varphi}}{\mathbf{360°}} \cdot \mathbf{2} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{R}_{\oplus}$$

$$\boldsymbol{L}_{\text{север-юг}} \approx \frac{\mathbf{1,688°}}{\mathbf{360°}} \cdot \mathbf{2 \cdot 3,14 \cdot 6371}\ \text{км} \approx \mathbf{185}\ \text{км}$$

<u>Долготы:</u>

Здесь сначала нужно выразить временны́е единицы (часы, минуты и секунды) в угловых (градусах, угловых минутах и угловых секундах). Для этого вспомним соотношение между временны́ми и угловыми единицами

$$\mathbf{1^h = 15°}$$
$$\mathbf{1^m = 15'}$$
$$\mathbf{1^s = 15''}.$$

Получаем

$$\boldsymbol{\lambda}_{\text{запад}} = \mathbf{2^h 31^m 02^s = 2 \cdot 15 + 31 \cdot 15 + 2 \cdot 15 = 30°465'30'' = 37°45'30''}$$
$$\boldsymbol{\lambda}_{\text{восток}} = \mathbf{2^h 43^m 03^s = 2 \cdot 15 + 43 \cdot 15 + 3 \cdot 15 = 30°645'45'' = 40°45'45''}$$

Теперь выражаем градусы, угловые минуты и угловые секунды в градусах

$$\boldsymbol{\lambda}_{\text{запад}} = \mathbf{37°45'30''} = \mathbf{37°} + \frac{\mathbf{45}}{\mathbf{60}}° + \frac{\mathbf{30}}{\mathbf{3600}}° \approx \mathbf{37,758°}$$
$$\boldsymbol{\lambda}_{\text{восток}} = \mathbf{40°45'45''} = \mathbf{40°} + \frac{\mathbf{45}}{\mathbf{60}}° + \frac{\mathbf{45}}{\mathbf{3600}}° \approx \mathbf{40,763°}$$

Разность долгот

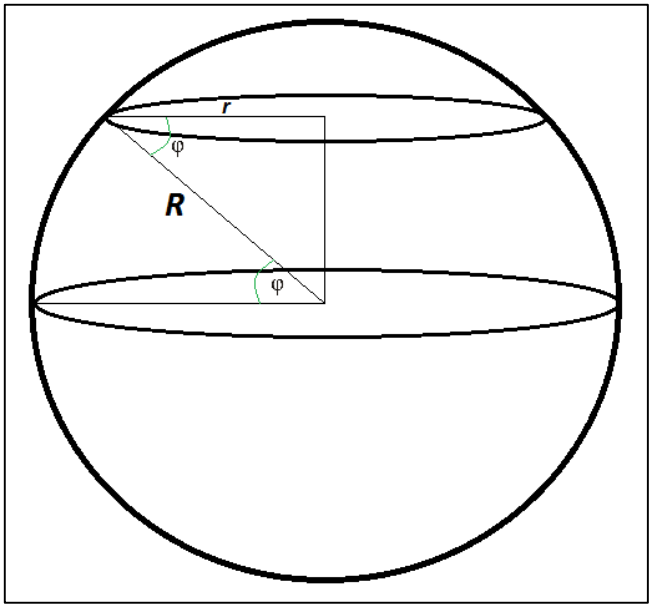
$$\Delta\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda}_{\text{восток}} - \boldsymbol{\lambda}_{\text{запад}} = \mathbf{40,763° - 37,758° = 3,005°}$$

Так как длины всех меридианов одинаковы, а длины параллелей отличаются (уменьшаются к полюсам), то необходимо найти длину параллели на широте Липецкой области, вдоль которой будем вычислять протяженность. Понятно, что самая западная и самая восточная точки находятся на разных параллелях, но их длина отличается незначительно. Можно принять, что они находятся на одной параллели с широтой равной среднему арифметическому широт, указанных в задаче.

Вычислим эту широту

$$\boldsymbol{\varphi}_{\text{сред}} = \frac{\mathbf{53,588° + 51,920°}}{\mathbf{2}} = \mathbf{52,754°}.$$

Далее найдём радиус параллели, соответствующий этой широте (смотри рисунок)



$$\boldsymbol{r = R_{\oplus} \cdot \cos\varphi}$$

Длина этой параллели

$$\boldsymbol{l = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot R_{\oplus} \cdot \cos\varphi}$$

$$\boldsymbol{l \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 6\,371} \text{ км } \cdot \ \boldsymbol{0,605 \approx 24\,218} \text{ км}$$

360º соответствует длине всей параллели, то есть $\boldsymbol{2 \cdot \pi \cdot r}$, тогда углу $\Delta\boldsymbol{\lambda}$ будет соответствовать длина

$$\boldsymbol{L_{\text{запад-восток}} = \frac{\Delta\lambda}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = \frac{\Delta\lambda}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_{\oplus} \cdot \cos\varphi}$$

$$\boldsymbol{L_{\text{запад-восток}} = \frac{3,005°}{360°} \cdot 24218} \text{ км} \approx \boldsymbol{202} \text{ км}$$

Ответ: с севера на юг примерно **185 км**; с запада на восток примерно **202 км**.

Перечень справочных данных.

§1. Основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная G = **$6.672\cdot10^{-11}$ м^3·кг$^{-1}$·с$^{-2}$**
Скорость света в вакууме c = **$2.998\cdot10^{8}$ м/с**
Универсальная газовая постоянная **R = 8.31 м^2·кг·с$^{-2}$·К$^{-1}$·моль$^{-1}$**
Постоянная Стефана-Больцмана σ = **$5.67\cdot10^{-8}$ кг·с$^{-3}$·К$^{-4}$**
Масса протона m_p = **$1.67\cdot10^{-27}$ кг**
Масса электрона m_e = **$9.11\cdot10^{-31}$ кг**
Астрономическая единица **1 а.е. = $1.496\cdot10^{11}$ м**
Парсек **1 пк = 206265 а.е. = $3.086\cdot10^{16}$ м**
Постоянная Хаббла H = **68 (км/с)/Мпк**

§2. Данные о Солнце

Радиус **695 000 км**
Масса **$1.989\cdot10^{30}$ кг**
Светимость **$3.88\cdot10^{26}$ Вт**
Спектральный класс **G2**
Видимая звездная величина **–26.78^m**
Абсолютная болометрическая звездная величина **+4.72^m**
Показатель цвета **(B–V) +0.67^m**
Эффективная температура **5800K**
Средний горизонтальный параллакс **8.794″**
Интегральный поток энергии на расстоянии Земли **1360 Вт/м^2**
Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли **600 Вт/м^2**

§3. Данные о Земле

Эксцентриситет орбиты **0.017**
Тропический год **365.24219 суток**
Средняя орбитальная скорость **29.8 км/с**
Период вращения **23 часа 56 минут 04 секунды**
Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000 года: **23° 26′ 21.45″**
Экваториальный радиус **6378.14 км**
Полярный радиус **6356.77 км**
Масса **$5.974\cdot10^{24}$ кг**
Средняя плотность **5.52 г·см$^{-3}$**
Объемный состав атмосферы: **N_2 (78%), O_2 (21%), Ar (~1%).**

§4. Данные о Луне

Среднее расстояние от Земли **384400 км**
Минимальное расстояние от Земли **356410 км**
Максимальное расстояние от Земли **406700 км**
Эксцентриситет орбиты **0.055**
Наклон плоскости орбиты к эклиптике **5° 09′**
Сидерический (звездный) период обращения **27.321662 суток**
Синодический период обращения **29.530589 суток**
Радиус **1738 км**

Масса **$7.348 \cdot 10^{22}$ кг** или **1/81.3 массы Земли**
Средняя плотность **3.34 г·см$^{-3}$**
Визуальное геометрическое альбедо **0.12**
Видимая звездная величина в полнолуние **-12.7^m**

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометр. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли	г·см$^{-3}$		градусы		
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695000	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	–26.8
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	–0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут**	177.36	0.65	–4.4
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	–2.0
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	–2.7
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час**	97.86	0.51	5.7
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8

* – для наибольшей элонгации внутренних планет и среднего противостояния внешних планет.
** – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн.км	а.е.		градусы		сут
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геомет-рич. альбедо	Видимая звездная величина*
	кг	км	г/см^3	км	сут		m
			Земля				
Луна	$7.348\cdot10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	–12.7
			Марс				
Фобос	$1.08\cdot10^{16}$	~10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8\cdot10^{15}$	~6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
			Юпитер				
Ио	$8.94\cdot10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8\cdot10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48\cdot10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08\cdot10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
			Сатурн				
Тефия	$7.55\cdot10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05\cdot10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49\cdot10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35\cdot10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88\cdot10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.2	~11.0
			Уран				
Миранда	$6.33\cdot10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7\cdot10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27\cdot10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49\cdot10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03\cdot10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
			Нептун				
Тритон	$2.14\cdot10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685**	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет.
** – обратное направление вращения.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(\alpha + x) \approx \sin\alpha + x \cdot \cos\alpha;$$

$$\cos(\alpha + x) \approx \cos\alpha - x \cdot \sin\alpha;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + x) \approx \operatorname{tg}\alpha + \frac{x}{\cos^2\alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n \cdot x;$$

($x \ll 1$, углы выражаются в радианах).