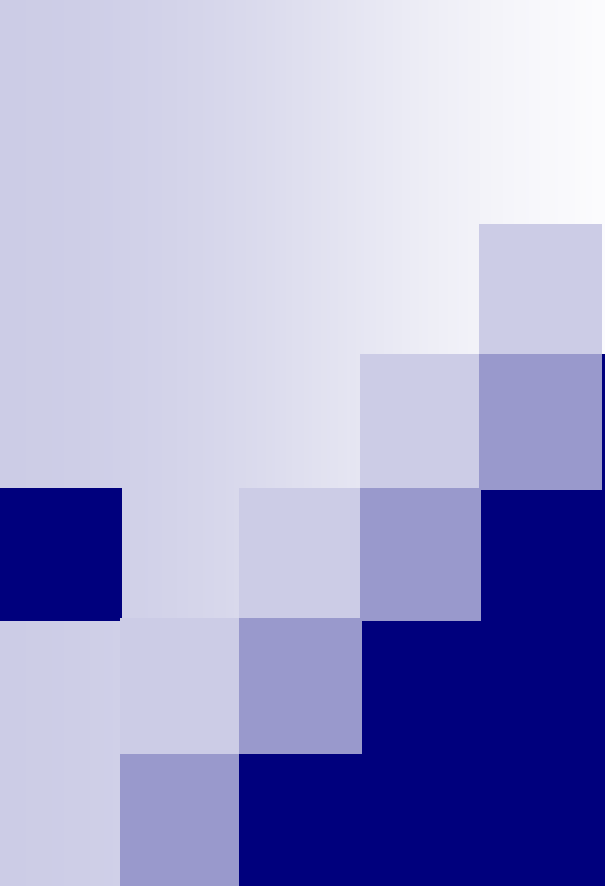




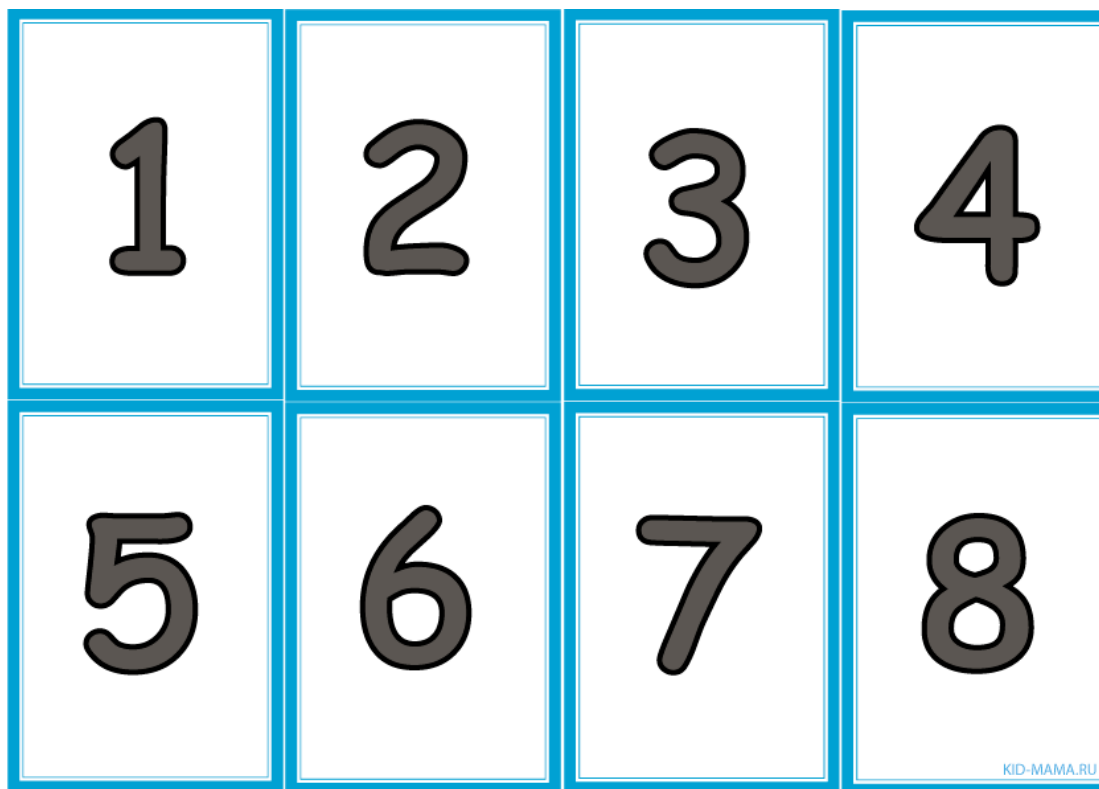
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по информатике 7-8 класс

Разбор задач

Липецк, 2017

Задача А

Карточки с числами



Условие задачи

У Миши есть $2k+1$ карточек с натуральными числами от 1 до $2k+1$. На первой карточке написано число 1 , на второй карточке число 2 , на третьей карточке число 3 , и так далее. Миша хочет выбрать как можно больше карточек из имеющихся так, чтобы никакое число, изображенное на них, не было представимо в виде суммы двух других чисел на выбранных карточках. Помогите ему подсчитать максимальное количество нужных ему карточек.

Как решать?

- Заметим, что мы можем взять все нечётные числа.
- При этом никакие два выбранных числа в сумме не дадут другого выбранного числа, так как сумма двух нечётных чисел чётна.
- Среди чисел $1, 2, \dots, 2k+1$ ровно $k+1$ нечётных чисел, значит ответ на задачу – $k+1$.
- Сложность решения – $O(1)$

```
int k;  
cin >> k;  
cout << k + 1;
```

Задача В

Алиса и Боб делают апельсиновый сок



Условие задачи

Алиса и Боб нашли кучу апельсинов, из которых они мечтают сделать вкусный апельсиновый сок. Всего перед ними лежит n апельсинов ($1 \leq n \leq 1000$). Чтобы как-то их поделить, Алиса предложила Бобу сыграть в следующую игру: каждому игроку можно брать из кучи 1, 2 или 3 апельсина. Игра заканчивается тогда, когда в куче не остается апельсинов. Выигрывает тот игрок, который делает последний ход (берет последний апельсин). Боб – довольно вежливый мальчик и он предоставил право первого хода Алисе. И Боб, и Алиса играют так, чтобы выиграть, делая только правильные ходы.

Как решать?

- Заметим, что если размер кучи равен 1, 2 или 3, то Алиса выиграла, так как она может забрать все апельсины
- Если размер кучи равен 4, то Алиса проиграла, так как сколько апельсинов она бы не взяла, Боб одним ходом заберёт остальные
- Если размер кучи равен 5, 6 или 7, то Алиса может взять 1, 2 или 3 апельсина соответственно, в куче останется 4 апельсина, а значит Боб проиграл, то есть Алиса выиграла
- Анализируя аналогичным образом большие значения n , можно заметить закономерность, что Алиса проигрывает только в случае, когда $n : 4$, а во всех остальных – она выигрывает.
- Сложность решения - $O(1)$

```
int n;  
cin >> n;  
if (n % 4 == 0) {  
    cout << "Bob";  
} else {  
    cout << "Alice";  
}
```

Задача С

Надо торопиться



Условие задачи

В свой день рождения Дима собирается принять участие в соревновании по спортивному программированию. Соревнование начнётся в $10:00$ и будет продолжаться четыре часа, то есть ровно до 14.00 . Участникам будет предложено n задач, упорядоченных по возрастанию сложности, то есть задача 1 будет самой лёгкой, а задача номер n — самой сложной. Дима знает, что ему потребуется $5 \cdot i$ минут на решение i -й задачи. Также Дима в этот день в 14.00 планирует дома устроить праздничный обед для друзей в честь своего дня рождения. Для этого ему нужно закончить олимпиаду пораньше, ведь надо накрыть стол и убратсья. Он знает, что ему требуется ровно k минут чтобы подготовиться к встрече друзей. Сколько максимум задач может успеть решить Дима, чтобы успеть к встрече друзей?

Как решать?

- Соревнование длится 4 часа, что равно 240 минут.
- Так как Диме нужно k минут чтобы подготовиться к встрече, то на решение задач останется $t = 240 - k$ минут.
- Далее будем перебирать номер задачи i от 1 до n . Если $t \geq 5i$, то мы можем решить эту задачу
- В противном случае мы уже ничего не успеем решить, и цикл можно завершить.
- Сложность решения - $O(n)$

```
int n, k;
cin >> n >> k;
int t = 240 - k;
int i = 0;
while (i < n) {
    if (t - 5 * (i + 1) < 0) {
        break;
    }
    t -= 5 * (i + 1);
    ++i;
}
cout << i;
```

Задача D

Ужин для Жучки



Условие задачи

Дима и его друзья начали кормить Димину собаку Жучку. Они приготовили ей вкусный обед. Ребята принесли Жучке n блюдец с косточками, таких, что на i -м блюде лежат a_i косточек. Они пронумеровали все эти косточки последовательными целыми числами: косточки в первой кучке пронумерованы числами от 1 до a_1 , косточки во второй кучке пронумерованы числами от $a_1 + 1$ до $a_1 + a_2$ и так далее. В примере ниже будет описание такой нумерации.

Жучка удивлена – она не может съесть все косточки (Ребята принесли их слишком много для того, чтобы съесть за один подход). Жучке нужна помощь — ей называют номера самых сочных и вкусных косточек. Дима даст Жучке косточку, только если Жучка правильно назовет кучку, в которой лежит косточка.

Жучка слаба в математике и она просит вас ей помочь. Для всех сочных косточек, которых назвал Дима, подскажите Жучке правильные ответы.

Как решать?

- Будем перебирать номер блюда, в котором лежит нужная нам косточка, запоминая при этом, сколько всего косточек во всех блюдах левее перебираемого
- Пусть текущее блюдо имеет номер i , а слева от него всего s косточек
- Тогда, если $s < m$ и при этом $s + a[i] \geq m$, то искомая косточка лежит в блюде с номером i .
- Сложность решения - $O(n)$

```
int s = 0;
for (int i = 0; i < n; ++i) {
    if (s < m && s + a[i] >= m) {
        cout << i + 1;
        break;
    }
}
```



Спасибо за внимание!
Вопросы?