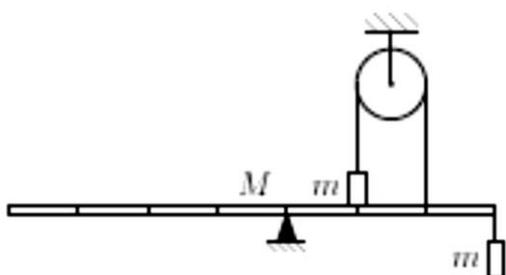


10 класс

№ 1. Рычаг+блок.



При каких массах груза m возможно равновесие однородного рычага массы M , изображенного на рисунке. Приведите анализ системы на устойчивость. Штрихами рычаг делится на 7 равных частей. Найдите, какие значения может принимать сила натяжения перекинутой через блок нити.

Примечание. Равновесие системы устойчиво, если при повороте рычага в любую сторону относительно опоры на малый угол система возвращается в исходное положение.

Возможное решение:

По условию система находится в равновесии. Применим правило моментов для рычага относительно опоры:

$$2TL + MgL/2 = NL + 3mg, \quad (1)$$

где L — длина одного фрагмента рычага, N — сила реакции рычага, с которой он действует на верхний груз.

Условие равновесия груза:

$$mg = N + T. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1)–(2) относительно T , получаем:

$$T = (8m - M)g/6,$$

откуда видно, что равновесие возможно для $m \geq M/8$.

Решая систему уравнений (1)–(2) относительно N , получаем:

$$N = (M - 2m)g/6,$$

откуда видно, что равновесие возможно для $m \leq M/2$.

Окончательно получаем, что $M/8 \leq m \leq M/2$. При массе m грузов, не удовлетворяющей этому условию, равновесие невозможно.

Если максимальную массу $m = M/2$ подставить в уравнение для T , то получим, что $0 \leq T \leq Mg/2$.

Проведём анализ системы на устойчивость.

Пусть $m = M/2$. При повороте рычага по часовой стрелке груз оторвётся от рычага, и система останется в новом положении.

Пусть $m = M/8$. При повороте рычага против часовой стрелки нить провиснет, и система останется в новом положении.

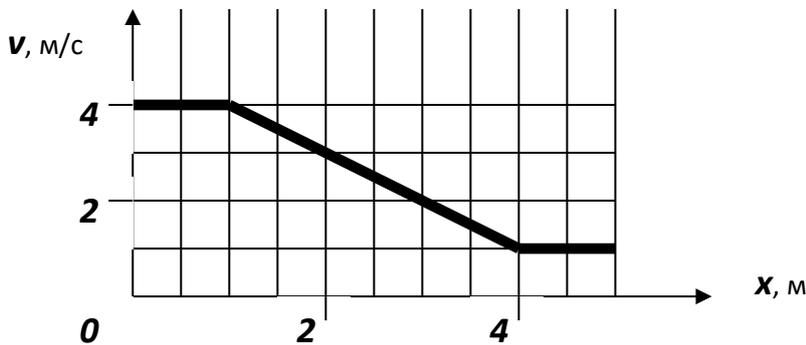
Таким образом, система устойчива при $M/8 < m < M/2$.

Критерии оценивания:

Записано правило моментов для рычага	2
Записано условие равновесия груза.....	2
Найдено выражение для T	1
Найдено выражение для N	1
Определено, при каких массах m возможно равновесие	2
Проведено исследование на устойчивость	1
Определены возможные значения T	1

№2. График скорости.

Тело движется по прямой. График зависимости его скорости v , от координаты x изображен на рисунке. Найдите ускорение тела в точке с координатой $x=3$ м. Найдите максимальное ускорение тела на отрезке от 0 до 5 м.



Решение:

Из графика следует, что при $x < 1$ м $x > 4$ м скорость тела постоянна, значит ускорение равно нулю. В интервале от 1 до 4 м связь между значениями скорости и координаты, выраженное в СИ, задается формулой $v=5+kx$, где k – размерный коэффициент, $k=1\text{с}^{-1}$. (1)

Пусть за малое время Δt скорость тела изменилась на величину Δv . Тогда:

$$\Delta v = v(t + \Delta t) - v(t) = (5 - kx(t + \Delta t)) - (5 - kx(t)) = -k(x(t + \Delta t) - x(t)) = -k\Delta x$$

Разделив правую и левую части на Δt , получаем

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = -k \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ или } a = -kx \quad (2)$$

Значит в точке с координатой 3 м тело имеет скорость $v=5-3=2$ м/с и ускорение $a=-2$ м/с²

Максимальное по модулю ускорение тело имеет в той точке, где максимальна по модулю его скорость, т.е. в точке, где координата минимальна. Это точка с координатой 1 м. Скорость тела в этой точке равна 4м/с, а ускорение -4м/с^2 .

Критерии оценивания:

Сделан вывод об участках равномерного и равноускоренного движения	2 балла
Получена формула (1)	2 балла
Получена формула (2)	4 балла
Найдено ускорение в точке с координатой 3 м	1 балл
Найдено максимальное ускорение	1 балл

№3. Метод размерностей.

Эксперименты показали, что скорость звука в газах зависит от давления и плотности среды. Сравните скорости звука в газе для двух состояний $(p_1, \rho_1); (p_2, \rho_2)$.

Решение:

Давление может быть выражено как функция плотности (концентрации) и температуры среды.

Скорость звука в условиях данной задачи может быть представлена

$$v = k \cdot p^a \cdot \rho^b, \tag{1}$$

$$[v] = L \cdot T^{-1}; [p] = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}; [\rho] = M \cdot L^{-3}. \tag{1'}$$

Соотношение (1) перепишем как

$$\begin{aligned} L \cdot T^{-1} &= [M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}]^a \cdot [M \cdot L^{-3}]^b, \\ L \cdot T^{-1} &= [M]^{a+b} \cdot [L]^{-a-3b} \cdot [T]^{-2a}. \end{aligned} \tag{2}$$

Из (2) имеем

$$\begin{cases} a + b = 0, \\ -a - 3b = 1, \\ -2a = -1. \end{cases} \tag{3}$$

Решение (3) дает $a = \frac{1}{2}; b = -\frac{1}{2}$.

Результаты экспериментов имеют следующую функциональную зависимость:

$$v = k \cdot \sqrt{\frac{p}{\rho}}. \tag{4}$$

Скорость звука для двух состояний имеет вид:

$$v_1 = k \cdot \sqrt{\frac{p_1}{\rho_1}}; v_2 = k \cdot \sqrt{\frac{p_2}{\rho_2}}. \tag{5}$$

Из (5) получим отношение скоростей

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{p_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 \cdot p_2}}. \tag{6}$$

Критерии оценивания:

Указана функциональная зависимость через неизвестные степени. – 2 балла.

Указаны размерности необходимых величин – 1 балл.

Записано выражение (2) – 1 балл.

Получена система уравнений (3) – 2 балла.

Решена система (3) – 2 балла.

Записаны выражения для двух состояний – 1 балл.

Получен ответ (6) – 1 балл.

№4. Кипятильник

Электрическим кипятильником мощностью 500 Вт нагревают воду в кастрюле. За две минуты температура воды увеличилась от 85°C до 90°C. Затем кипятильник отключили и за одну минуту температура воды упала на один градус. Сколько воды находится в кастрюле?

Решение.

Будем считать, что комнатная температура гораздо ниже рассматриваемых в задаче, поэтому можно считать тепло, уходящее от кастрюли в комнату в единицу времени (мощность отвода тепла $N_{\text{потерь}}$) постоянной величиной, несмотря на то, что это тепло прямопропорционально разности температур кастрюли и комнатной температуры. Кроме того будем пренебрегать теплоемкостью кастрюли. Тогда при нагреве воды энергетический баланс будет выражаться $N\tau_1 = cm\Delta t_1 + N_{\text{потерь}} \cdot \tau_1$, а после отключения кипятильника тепловой баланс будет: $cm\Delta t_2 = N_{\text{потерь}} \cdot \tau_2$. Здесь N – мощность нагревателя, m – масса воды в кастрюле Δt_1 и Δt_2 – это 5° С и 1°С соответственно, τ_1 и τ_2 - это время нагрева и охлаждения соответственно. Исключая из полученных

уравнений $N_{\text{потерь}}$ получаем $m = \frac{N\tau_1}{c\left(\Delta t_1 + \frac{\tau_1}{\tau_2} \Delta t_2\right)} \approx 2\text{кг}$

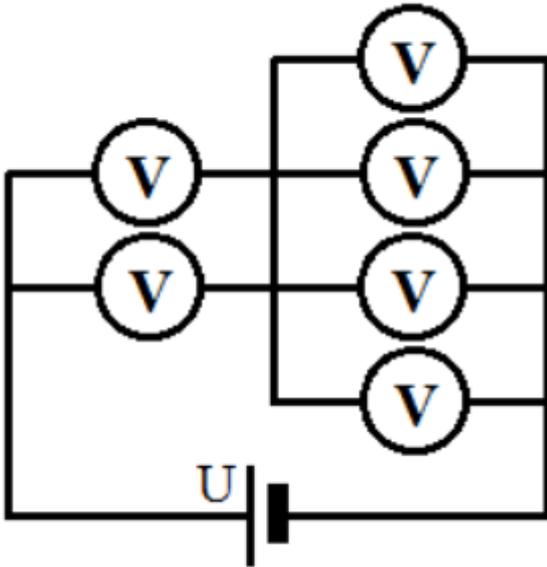
Ответ: воды в кастрюле примерно 2 кг.

Критерии оценивания:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Допускается не алгебраическое, а словесное выражение формул; допускается решение задачи по частям. Если нет обоснования, почему мощность теплоотвода постоянна, то надо снижать на 1 балл
8-9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, ошибки в расчетах
5-7	Решение в целом верное, однако, содержит алгебраические ошибки. Уравнения теплового баланса должны быть записаны с учетом потерь тепла.
2-4	Есть понимание описанного в задаче процесса, но содержит ошибки в записи необходимых для решения уравнений.
1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, или отсутствует.

№ 5. Много вольтметров

Напряжение источника $U = 12$ В. В схеме использованы одинаковые вольтметры. Найти их показания.



Решение:

Обозначим сопротивление вольтметра R_v . Полное сопротивление цепи R равно

$$R = \frac{R_v}{2} + \frac{R_v}{4} = \frac{3}{4} R_v.$$

Два левых вольтметра соединены параллельно, а четыре правых вольтметра, соединённых также параллельно, подсоединены к ним последовательно.

Ток в подводящих проводах равен

$$I = \frac{U}{R} = \frac{4}{3} \cdot \frac{U}{R_v}.$$

Ток через пару левых вольтметров одинаков и равен

$$I_1 = \frac{I}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{U}{R_v}.$$

Тогда показания левых вольтметров одинаковы и равны

$$V_1 = I_1 \cdot R_v;$$

$$V_1 = 8 \text{ В}.$$

Ток через четыре правых вольтметра одинаков и равен

$$I_2 = \frac{I}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{U}{R_v}.$$

Показания четырёх правых вольтметров одинаковы и равны

$$V_2 = I_2 \cdot R_v;$$

$$V_2 = 4 \text{ В}.$$

Критерии оценивания:

2 балла – за то, что школьник увидел, что средний провод позволяет считать, что схема представляет из себя два блока	4 балла
--	---------

из параллельно соединенных вольтметров, 1 балл – за то, что определено, что два левых вольтметра соединены параллельно, 1 балл – за то, что четыре правых соединены параллельно	
Найден ток в подводящих проводах I	+2 балла
Определены показания «левых» вольтметров	+2 балла
Определены показания «правых» вольтметров	+2 балла