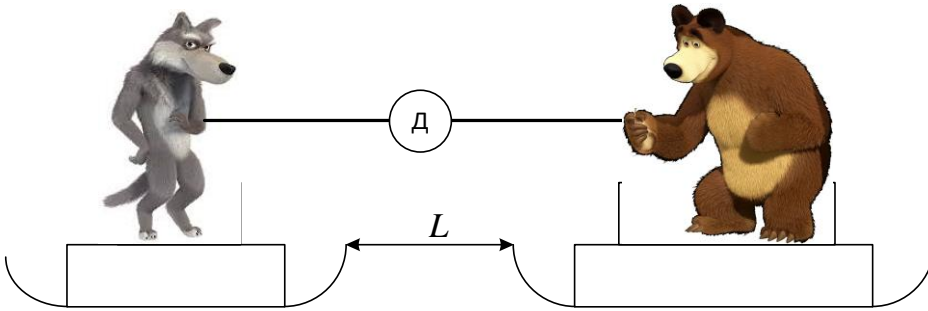


## 9 класс

### №1. На санках

Медведь и Волк стоят на санках на одной прямой на расстоянии  $L$  друг от друга (см. рис.), держа в руках лёгкую нерастяжимую верёвку. Масса Медведя с санками равна  $M$ , а масса Волка с санками –  $m$ . Медведь и Волк начинают тянуть верёвку каждый к себе. В центре верёвки закреплен динамометр  $D$ , который показывает, что сила постоянна и равна  $F$ . Найдите ускорения движения  $a_M$  Медведя и  $a_B$  Волка. Какое расстояние проедет Медведь, прежде чем санки столкнутся? Трение санок о снег не учитывать.



Решение:

Согласно второму закону Ньютона в проекции на ось  $X$  (рис. 1):

$$a_B = \frac{F}{m}, \quad a_M = \frac{F}{M}.$$

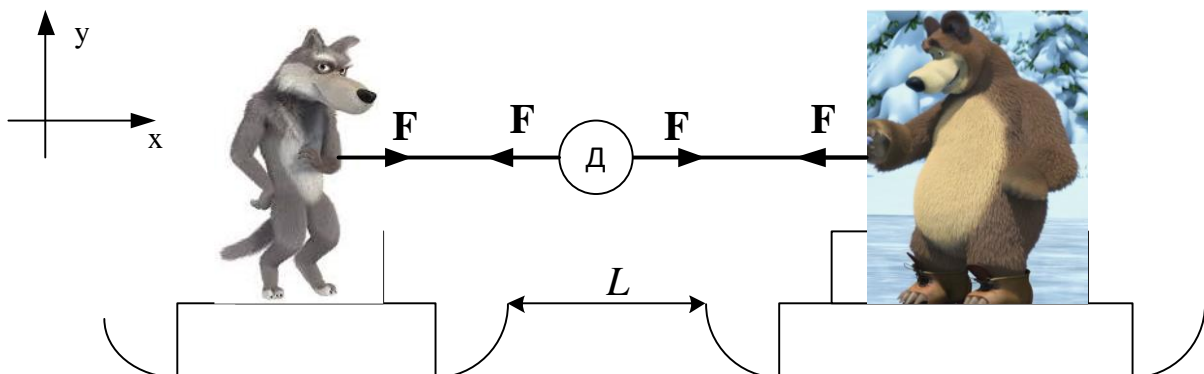
Перемещения Волка и Медведя:

$$s_B = a_B t^2 / 2, \quad s_M = a_M t^2 / 2,$$

где  $t$  – время движения до столкновения.

В сумме, Волк и Медведь преодолели путь  $L$ :

$$s_M + s_B = s_M + s_M \frac{a_B}{a} = s_M + s_M \frac{M}{m} = L. \quad s_M = L \frac{m}{M + m}.$$



### Критерии оценивания:

Записаны законы Ньютона (2-ой) для Волка и Медведя – 3 балла.

Указание на равенство сил натяжения – 2 балла

Перемещения Волка и Медведя – 2 балла.

Показано, что общий путь равен  $L$  – 1 балл.

Получено перемещение Медведя – 2 балла.

### **№2. Связанные шары**

В вязкую жидкость погружены два одинакового размера шара, связанных одной длинной нитью. С какой скоростью будут всплывать в данной жидкости два шара, если более легкий шар всплывает в ней со скоростью  $v_0$ , а более тяжелый имеет нулевую плавучесть (может находиться в этой жидкости в безразличном равновесии)? Считать что сила сопротивления пропорциональна скорости шара.

**Решение:**

Задача 2. Ответ: Шары будут всплывать со скоростью  $V_0/2$ .

Решение: Обозначим силу Архимеда, действующую на любой из шаров (размеры шаров одинаковы) как  $F_A$ . Тогда для более легкого шара, всплывающего со скоростью  $V_0$ , можно написать

$$m_1g + kV_0 = F_A$$

где  $m_1$  – масса легкого шара, а сила сопротивления, направленная вниз (против движения), записана в виде  $kV_0$ .

Для связанных нитью шаров можно записать аналогичное соотношение в виде

$$m_1g + kV + m_2g + kV = 2F_A$$

В этой формуле  $m_2$  – масса более тяжелого шара,  $V$  – скорость их всплывания и учтено, что силы сопротивления, действующие на шары, одинаковы. Поскольку более тяжелый шар может находиться в равновесии, будучи полностью погруженным в жидкость, то

$$m_2g = F_A.$$

С учетом этого можно записать

$$m_1g + kV_0 = m_1g + 2kV,$$

откуда получаем  $V = V_0/2$ .

Критерии оценивания:

Записан второй закон Ньютона для легкого шара – 2 балла.

Записан второй закон Ньютона для связанных шаров – 3 балла.

Второй закон Ньютона для тяжелого шара – 2 балла.

Выполнены необходимые преобразования и получено решение – 3 балла.

### **№3. Неизвестный маятник.**

Экспериментатор Глюк высказал гипотезу, что период колебаний маятника зависит от его длины, ускорения свободного падения и массы груза. Для проверки данной гипотезы его друг – теоретик Баг оценил выражение для периода колебаний математического маятника, используя анализ размерностей. Повторите выводы Бага.

**Решение:**

Согласно условию, период колебаний маятника зависит от его длины, ускорения свободного падения и массы груза(!):

$$T = k \cdot l^a \cdot g^b \cdot m^c. \quad (1)$$

Представим все вышеупомянутые величины:

$$[T] = T; [l] = L; [g] = L \cdot T^{-2}; [m] = M. \quad (2)$$

С учетом (2) перепишем искомую закономерность выражением

$$T = L^a \cdot [L \cdot T^{-2}]^b \cdot [M]^c, \quad (3)$$

$$T = [L]^{a+b} \cdot [T]^{-2b} \cdot [M]^c. \quad (4)$$

Теперь уже нетрудно записать систему уравнений:

$$\begin{cases} a + b = 0, \\ -2b = 1, \\ c = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Таким образом,  $b = -\frac{1}{2}; a = \frac{1}{2}; c = 0.$

$$T = k \cdot l^{\frac{1}{2}} \cdot g^{-\frac{1}{2}} \cdot m^0. \quad (6)$$

Отметим, что «масса имеет нулевую размерность», т.е. период колебаний математического маятника не зависит от массы:

$$T = k \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (7)$$

### **Критерии оценивания:**

Выражение (1) – 2 балла.

Подстановка размерностей – 2 балла.

Запись системы – 3 балла.

Решение системы 2 балла.

Указание на независимость периода от массы и полученный вывод в виде формулы (7) – 1 балл.

Указание: Знание формулы  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  баллов не дает.

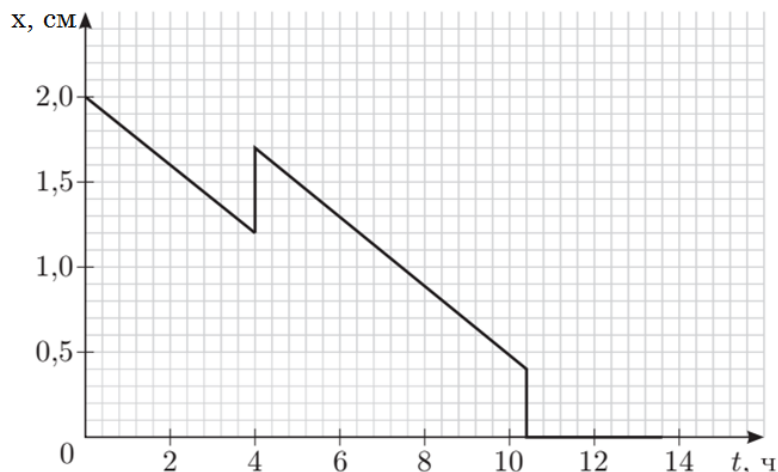
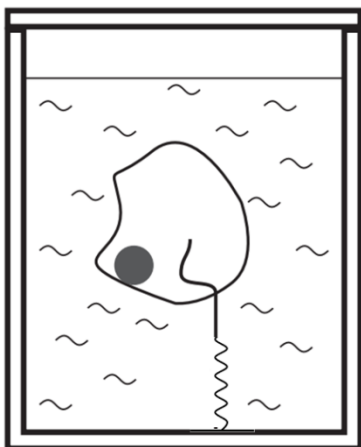
### **№4. Кусок льда.**

В большом сосуде с водой находится кусок льда с замороженными в него маленьким стальным шариком и тонкой лёгкой невесомой нитью (см. рисунок внизу слева). Кусок погружён в воду полностью и прикреплён с помощью конца нити и пружины ко дну сосуда. Жесткость пружины  $k=100$  Н/м. В сосуде находится нагреватель постоянной мощности. Вся система теплоизолирована и в начальный момент времени находится в тепловом равновесии. На графике (см. рисунок внизу справа) представлена зависимость удлинения пружины  $x$  (см) от времени  $t$  с момента включения нагревателя. Плотность воды  $\rho_v = 1000$

кг/м<sup>3</sup>, плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг/м}^3$ , плотность стали  $\rho_{\text{с}} = 7800 \text{ кг/м}^3$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda = 334 \text{ кДж/кг}$ ,  $g = 10 \text{ Н/кг}$ .

Найдите:

- 1) мощность нагревателя  $N$ ;
- 2) массу льда  $m_0$  в куске в начале эксперимента;
- 3) изменение  $\Delta V$  объёма системы (вода + кусок льда с шариком) за время от начала эксперимента до момента, когда сила  $T$  натяжения нити обратится в нуль.



**Решение:**

1. На первом этапе (от  $t_0 = 0 \text{ ч}$  до  $t_1 = 4 \text{ ч}$ ) второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось записывается следующим образом:

$$(m_{\text{ш}} + m_{\text{л}})g + T = F_{\text{А}} = \rho_{\text{в}}(V_{\text{л}} + V_{\text{с}})g,$$

$$T = \left( \left( \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) m_{\text{л}} + \left( \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{с}}} - 1 \right) m_{\text{ш}} \right) g \quad (*)$$

где  $m_{\text{л}}$  и  $m_{\text{ш}}$  массы льда и шарика соответственно в данный момент времени.  $T$  – сила натяжения (упругости).  $T=kx$ , следовательно график  $T(t)$  аналогичен  $x(t)$ . (Ось  $x$  сантиметрах можно заменить осью  $T$  в Ньютонах, т.к.  $k=100$ ) Значит, коэффициент наклона первого участка графика

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \left( \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) g \frac{\Delta m_{\text{л}}}{\Delta t}.$$

Мощность нагревателя расходуется на таяние льда:

$$N = \lambda \left| \frac{\Delta m_{\text{л}}}{\Delta t} \right| = \frac{\lambda}{g} \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}} \left| \frac{\Delta T}{\Delta t} \right| = 16,7 \text{ Вт}.$$

2. В момент времени  $t_1 = 4 \text{ ч}$  происходит скачок силы натяжения нити, из-за выпадения шарика из кусочка льда. Величина скачка  $\Delta T_2 = 0,5 \text{ Н}$  равна весу шарика, то есть

$$\Delta T_2 = \left( (\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{в}}) / \rho_{\text{с}} \right) m_{\text{ш}} g.$$

Откуда масса шарика  $m_{\text{ш}} = \frac{\rho_{\text{с}} \Delta T_2}{\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{в}} g}$ .

Подставив полученное значение в формулу (\*), можно выразить  $m_0$

$$m_0 = \frac{T_0 + \Delta T_2}{g} \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}} = 2,25 \text{ кг.}$$

3. В момент, когда сила натяжения нити  $T$  обратится в ноль, ещё не весь лёд растаял (он отделится от нити). Найдем массу  $m_1$  нерастаявшего льда:

$$T_1 = m_1 \left( \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) g = 0,4 \text{ Н,}$$

$$m_1 = \frac{\rho_{\text{л}} T_1}{g(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}})} = 0,36 \text{ кг.}$$

Объём изменится за счёт таяния льда массой  $m_0 - m_1 = 1,89$  кг:

$$\Delta V = \frac{m_0 - m_1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{m_0 - m_1}{\rho_{\text{в}}} = 210 \text{ мл.}$$

### ***Критерии оценивания***

Установлена связь изменения натяжения нити  $\Delta T$  (деформации пружины) с массой растаявшего льда – 2 балла

Найдена мощность  $N$  нагревателя – 2 балла

Найдена масса стального шарика – 2 балла

Найдена начальная масса льда – 2 балла

Найдено изменение объёма системы – 2 балла

### ***№5. Кипятильник***

Электрическим кипятильником мощностью 500 Вт нагревают воду в кастрюле. За две минуты температура воды увеличилась от  $85^{\circ}\text{C}$  до  $90^{\circ}\text{C}$ . Затем кипятильник отключили и за одну минуту температура воды упала на один градус. Удельная теплоемкость воды  $4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C})$ . Сколько воды находится в кастрюле?

#### ***Решение.***

Будем считать, что комнатная температура гораздо ниже рассматриваемых в задаче, поэтому можно считать тепло, уходящее от кастрюли в комнату в единицу времени (мощность отвода тепла  $N_{\text{потерь}}$ ) постоянной величиной, несмотря на то, что это тепло прямо пропорционально разности температур кастрюли и комнатной температуры. Кроме того будем пренебрегать теплоемкостью кастрюли. Тогда при нагреве воды энергетический баланс будет выражаться  $N\tau_1 = cm\Delta t_1 + N_{\text{потерь}}\cdot\tau_1$ , а после отключения кипятильника тепловой баланс будет:  $cm\Delta t_2 = N_{\text{потерь}}\cdot\tau_2$ . Здесь  $N$  – мощность нагревателя,  $m$  – масса воды в кастрюле  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  – это  $5^{\circ}\text{C}$  и  $1^{\circ}\text{C}$  соответственно,  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – это

время нагрева и охлаждения соответственно. Исключая из полученных

уравнений  $N_{\text{потерь}}$  получаем  $m = \frac{N\tau_1}{c\left(\Delta t_1 + \frac{\tau_1}{\tau_2}\Delta t_2\right)} \approx 2\text{кг}$

Ответ: воды в кастрюле примерно 2 кг.

**Критерии оценивания:**

<i>Баллы</i>	<i>Правильность (ошибочность) решения</i>
10	Полное верное решение. Допускается не алгебраическое, а словесное выражение формул; допускается решение задачи по частям. Если нет обоснования, почему мощность теплоотвода постоянна, то надо снижать на 1 балл
8-9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, ошибки в расчетах
5-7	Решение в целом верное, однако, содержит алгебраические ошибки. Уравнения теплового баланса должны быть записаны с учетом потерь тепла.
2-4	Есть понимание описанного в задаче процесса, но содержит ошибки в записи необходимых для решения уравнений.
1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, или отсутствует.