

## Ответы муниципального этапа ВсОШ по математике

### 7 класс

**7.1.** Есть две кучки шариков: в одной 70 штук, – в другой - 80 штук. Вася и Петя играют в такую игру: они по очереди берут шарик из кучек, за один раз можно взять любое ненулевое число шариков из одной из кучек. Пропускать ход нельзя, выигрывает тот, после хода которого, шариков не останется. Первым ходит Вася. Кто из игроков выиграет при правильной игре?

**Ответ.** Вася

**Решение.** Победит Вася с помощью следующей стратегии. Каждым своим ходом он уравнивает число шариков в кучках, имеющиеся к его ходу.

**7.2.** У трехзначного числа поменяли местами две последние цифры и сложили получившееся число с исходным. В результате получилось число 1187. Найдите все такие числа и объясните, почему нет других.

**Ответ.** 589 и 598.

**Решение.** Заметим, что первая цифра искомого числа — 5, так как если она меньше 5, то сумма чисел меньше 1000, а если она больше 5, то их сумма больше или равна 1200. Сумма последних цифр искомого числа может равняться 7 или 17. В первом случае сумма чисел оканчивается на 77, что неверно. Семнадцать в сумме могут дать только цифры 8 и 9. Отсюда получаем два возможных ответа.

**7.3.** Малыш и Карлсон поочередно берут конфеты из одного пакета. Малыш берет одну конфету, Карлсон — две, затем Малыш берет три конфеты, Карлсон — четыре, и т. д. Когда количество оставшихся в пакете конфет станет меньше необходимого, тот, чья очередь наступила, берет все оставшиеся конфеты. Сколько конфет было в пакете первоначально, если у Малыша в итоге оказалась 101 конфета?

**Ответ.** 211 конфет.

**Решение.** Из того, что  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 17 + 19 = 100$ , следует, что Малыш в предпоследний раз взял 19 конфет, а в последний раз — одну оставшуюся конфету. Поэтому первоначально в пакете находилось  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 19 + 20 + 1 = 211$  конфет.

**7.4.** Как-то встретились мудрец, хитрец и лжец. (Известно, что мудрец всегда говорит правду, лжец — лжет, а хитрец, если ему сказали правду, говорит правду, если ложь — лжет, а если он говорит первый, то он лжет.) Между ними состоялся разговор:

Первый сказал второму: «Ты — хитрец».

Второй ему ответил: «Ты лжешь, это ты — хитрец».

На что третий возразил: «Вы оба лжете, хитрец — это я!».

Определите, кто из них мудрец, хитрец и лжец.

**Ответ.** Первый — хитрец, Второй — мудрец, Третий — лжец.

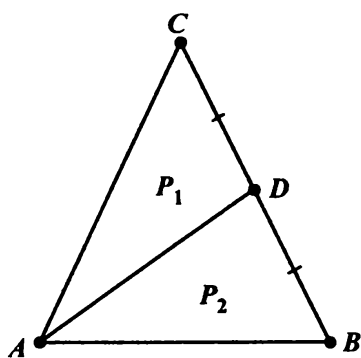
**Решение.** Рассмотрим все возможные варианты для Первого.

1) Если Первый лжец, то из первого высказывания следует, что Второй может быть только мудрецом, но тогда из второго утверждения следует, что Первый хитрец. Противоречие.

2) Если Первый мудрец, то второй хитрец. А так как второму сказали правду, то он должен сказать тоже правду. Но в таком случае его высказывание ложно. Противоречие.

3) Остается случай когда Первый хитрец. В этом случае второе утверждение истинно, то есть Второй – мудрец. Тогда Третий – лжец. Этот случай удовлетворяет условию задачи.

**7.5.** В треугольнике  $ABC$  ( $AC=BC$ ) проведена медиана  $AD$ . Пусть  $P_1$  – периметр треугольника  $ACD$ , а  $P_2$  – периметр треугольника  $CDB$  и  $P_1 - P_2 = 2$  м,  $AB = 8$  м. Найти:  $AC$  и  $BC$ .



**Решение.** Так как  $AC = BC$ , то  $\triangle ABC$  — равнобедренный (по определению);  $CD = DB$  (по условию).

Пусть  $AC = 2x$ ;  $CD = DB = x$ ,  $AB = 8$  м.

Тогда  $P_1 = 3x + AD$ ,  $P_2 = 8 + AD + x$ .

Согласно условию  $P_1 - P_2 = 2$  м, значит

$3x + AD - (8 + AD + x) = 2$ , или  $2x - 8 = 2$ , откуда  $2x = 10$ , т.е.  $AC = BC = 10$  м.