

# Ответы муниципального этапа ВсОШ по математике

## 8 класс

**8.1.** Найдите все такие трехзначные числа  $N$ , что сумма цифр числа  $N$  в 11 раз меньше самого числа  $N$ .

**Ответ.** 198.

**Решение.** Пусть  $N = abc$ . Из условия  $100a + 10b + c = 11(a + b + c)$  следует, что  $89a = 10c + b$ . Справа стоит двузначное (однозначное, если  $c = 0$ ) число, которое делится на 89, значит,  $10c + b = 89$ . Но тогда  $a = 1$ .

**8.2.** В школе 30 классов и 1000 учащихся. Докажите, что есть класс, в котором не менее 34 учеников.

**Решение.** Пусть такого класса в школе нет, т. е. во всех классах будет 33 и менее учащихся. Тогда во всей школе будет не более  $33 * 30 = 990$  учащихся, что противоречит условию задачи (в школе 1000 учащихся). Значит, наше предположение неверно, поэтому в школе есть класс, в котором не менее 34 учеников.

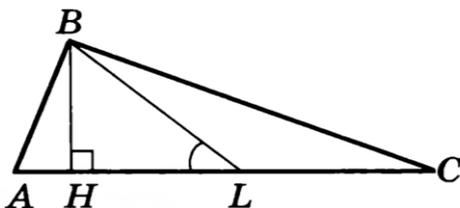
**8.3. Вычислите**  $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132}$ .

**Решение.**  $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132} = \frac{1}{5*6} + \frac{1}{6*7} + \frac{1}{7*8} + \frac{1}{8*9} + \frac{1}{9*10} + \frac{1}{10*11} + \frac{1}{11*12} = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \dots + \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$

**8.4.** Может ли в остроугольном треугольнике биссектриса быть в 2 раза больше высоты, проведенной из той же вершины?

**Ответ.** Не может.

**Решение.** Пусть  $BH$  — высота,  $BL$  — биссектриса остроугольного треугольника  $ABC$ . По условию  $BL = 2 BH$ , значит,  $\angle BLH = 30^\circ$ . Но тогда  $\angle HBL = 60^\circ$ , и, следовательно,  $\angle ABL > 60^\circ$ , а  $\angle ABC = 2\angle ABL > 120^\circ$ , т. е. треугольник  $ABC$  тупоугольный.



**8.5.** Учитель изготовил 50 палочек длины  $1, 2, \dots, 50$  см и хочет разделить их между 25 мальчиками, дав каждому по две палочки. Мальчик будет рад, если половина одной его палочки окажется длиннее другой палочки. Сможет ли учитель разделить палочки так, чтобы все мальчики порадовались?

**Ответ.** Не сможет.

**Решение.** Каждому мальчику должны достаться две палочки: одна длинная длины, скажем,  $a$  и короткая длины, скажем,  $b$ , причем,  $\frac{a}{2} > b$ , т.е.  $a > 2b$ . Так как  $a \leq 50$ , то  $50 > 2b$ ,  $b < 25$ , т.е.  $b \leq 24$ . Т.о. коротких палочек не больше 24, а мальчиков 25. Значит, кому-то короткая палочка неизбежно не достанется, и мальчик не будет рад.