

## Задания муниципального этапа ВсОШ по математике

### 10 класс

- 10.1.** Можно ли в таблице  $4 \times 4$  расставить некоторые натуральные числа так, чтобы сумма чисел в каждой следующей строке была на 2 больше, чем в предыдущей, а сумма чисел в каждом следующем столбце увеличивалась на 3 по сравнению с предыдущим?
- 10.2** Даны положительные числа  $x, y, z$ . Докажите, что  $x^2(1+y^2)+y^2(1+z^2)+z^2(1+x^2) \geq 6xyz$ .
- 10.3.** Пусть  $a = 1, b = 3$ . На каждом шаге будем увеличивать  $a$  на 1, а  $b$  – на 7. Будут ли на некотором шаге оба числа  $a$  и  $b$  кратны числу 11?
- 10.4.** Через точку  $S$ , лежащую вне окружности с центром  $O$ , к окружности проведены две касательные, касающиеся окружности в точках  $A$  и  $B$ , и секущая, пересекающая окружность в точках  $M$  и  $N$ . Прямые  $AB$  и  $SO$  пересекаются в точке  $K$ . Докажите, что точки  $M, N, K$  и  $O$  лежат на одной окружности.
- 10.5** Можно ли найти 20-значное (в десятичной записи) натуральное число, десятичная запись которого начинается с 11 единиц и которое является точным квадратом (другого натурального числа)?