МАТЕМАТИКА. 9 КЛАСС.

ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ.

1. (7 баллов) В равенстве 1 – 2 – 4 – 8 – 16 = 19 поставьте несколько знаков модуля так, чтобы оно стало верным.

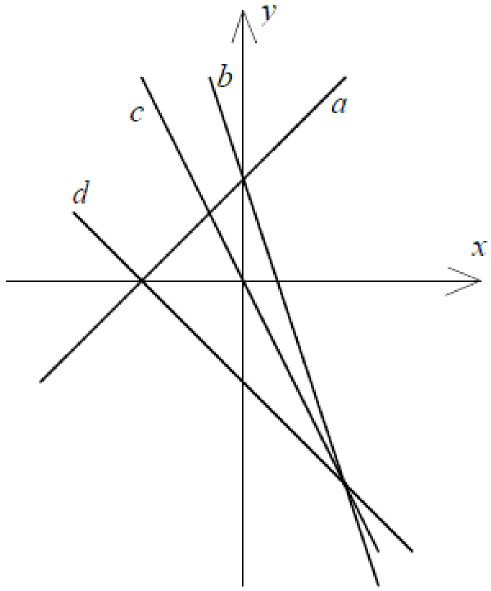
Ответ. $||1-2|-|4-8|-16|=19$.

Существуют и другие примеры.
Комментарий. Достаточно привести один пример. Пояснять, как он получен, не требуется.
Критерии проверки.
- Любой верный пример — 7 баллов.

2. (7 баллов) Чебурашка и Гена съели торт. Чебурашка ел вдвое медленнее Гены, но начал есть на минуту раньше. В итоге им досталось торта поровну. За какое время Чебурашка съел бы торт в одиночку?

Ответ. За 4 минуты.
Решение.
Первый способ. Если Чебурашка ест вдвое медленнее Гены, то, чтобы съесть столько же торта, сколько съел Гена, ему нужно в два раза больше времени. Значит, то время, которое Чебурашка ел в одиночку (1 минута), составляет половину всего времени, за которое Чебурашка съел половину торта. Таким образом половину торта он съел за 2 минуты, а весь торт съел бы за 4 минуты.
Второй способ. Пусть Гена съедает весь торт за x минут, тогда Чебурашке на весь торт нужно $2x$ минут. Каждому из них досталась половина торта, то есть Гена ел $0{,}5x$ минут, а Чебурашка x минут. Из условия следует, что $0{,}5x + 1 = x$, откуда $x = 2$. Значит, Чебурашка съест торт за $2\cdot 2 = 4$ минуты.
Критерии проверки.
- Любое полное верное решение — 7 баллов.
- Верно составлено и решено уравнение или проведены верные рассуждения, но дан ответ не на тот вопрос — 6 баллов.
- Решение, в котором рассмотрена конкретная масса торта, — 2 балла.
- Уравнение составлено верно, но решено неверно — 2 балла.
- Приведён верный ответ, и проверено, что он удовлетворяет условию задачи, — 1 балл.
- Приведён только ответ — 0 баллов.

3. (7 баллов) Дима начертил графики четырёх линейных функций на координатной плоскости, но забыл отметить единичные отрезки. Когда он переписывал задание в тетрадь, то отвлекся и не дописал уравнения, задающие функции под номерами 3 и 4. Найдите эти уравнения. Ответ обоснуйте.



1) $y=-2x$

2) $y=x+12$

3) $y=-3x$

4) $y=$

Ответ. 3) $y = -3x + 12$; 4) $y = -x - 12$.

Решение. Из четырёх прямых только прямая a имеет положительный угловой коэффициент, следовательно, она задаётся уравнением 2 и пересекает оси координат в точках (0; 12) и (–12; 0).

Так как уравнение 1 Дима записал полностью, его графиком является прямая, проходящая через начало координат, то есть прямая c.

У прямой b модуль углового коэффициента больше, чем у прямой c, значит, начало уравнения прямой b Дима записал под номером 3. Так как эта прямая проходит через точку (0;12), она задаётся уравнением $y = -3x + 12$.

Прямая d проходит через точку (–12;0) и через точку (12; –24) – точку пересечения прямых b и c, координаты которой легко находятся как решение системы линейных уравнений: $y = -3x + 12$ и $y = -2x$.

Найдём уравнение прямой d. Для этого рассмотрим систему двух уравнений: $0 = -12k_4 + b_4$; $-24 = 12k_4 + b_4$. Сложив эти уравнения, получим $b_4 = -12$. Подставив в первое уравнение, получим $k_4 = -1$.

Критерии проверки.

- Любое полное верное решение — 7 баллов.
- В целом верное решение, в котором допущены арифметические ошибки, — 4 балла.
- Обоснованно найдены уравнения трёх прямых — 3 балла.
- Если в решении указано, какие из изображённых прямых задаются уравнениями 1 и 2, но более не найдено ничего — 1 балл.
- Приведён только верный ответ — 1 балл.

4. (7 баллов) Три школьника сделали по два утверждения про натуральные числа a, b, c:

Антон: 1) $a + b + c = 34$; 2) $abc = 56$;

Борис: 1) $ab + bc + ac = 311$ 2) наименьшее из чисел равно 5;

Настя: 1) $a = b = c$ 2) числа a, b и c — простые.

У каждого школьника одно утверждение верное, а другое — нет. Найдите числа a, b, c.

Ответ. 2, 13, 19 (в любом порядке).

Решение. Если из утверждений Антона верно второе утверждение, то оба утверждения Насти неверны. Значит, $a + b + c = 34$. Таким образом, верно второе Настино утверждение. Так как сумма трёх простых чисел равна 34, они не могут все быть нечётными, и одно из них равно 2. Значит, из утверждений Бориса верно первое утверждение.

Пусть для определённости $a = 2$. Тогда $b + c = 32$.

Далее можно перебрать все пары простых чисел, дающие в сумме 32, и проверить для них равенство $ab + bc + ac = 311$.

Но можно поступить так:

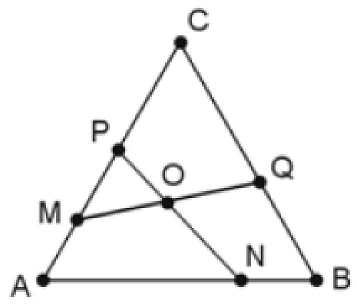
$$311 = ab + bc + ac = a(b + c) + bc = 64 + bc, \text{ откуда } bc = 247.$$

Так как $247 = 19\cdot 13$, получаем что $b = 13$, $c = 19$ (или наоборот).

Критерии проверки.

- Любое полное верное решение — 7 баллов.
- Проведено верное рассуждение о том, какие утверждения верны, а какие нет, но сами числа не найдены или найдены неверно — 3 балла.
- Приведён верный ответ с проверкой того, что он удовлетворяет всем условиям задачи, но без доказательства того, что других решений нет, — 2 балла.
- Обоснованно указаны 2 верных утверждения из трёх — 1 балл.
- Приведён только ответ — 0 баллов.

5. В равностороннем треугольнике ABC со стороной a точки M, N, P, Q расположены так, как показано на рисунке. Известно, что $MA + AN = PC + CQ = a$. Найдите величину угла NOQ.



Ответ. 60°

Решение. По условию задачи $AN = a - AM$, следовательно, $AN = MC$. Аналогично $AP = QC$. Из этих равенств и равенства $\angle A = \angle C = 60^\circ$ следует, что $\Delta ANP = \Delta CMQ$. Отсюда $\angle ANP = \angle QMC$, $\angle APN = \angle MQC$. По теореме о сумме углов треугольника $\angle ANP + \angle APN = 120^\circ$, поэтому $\angle OMP + \angle OPM = 120^\circ$, а значит, $\angle MOP = 60^\circ$. Углы MOP и NOQ вертикальные, поэтому $\angle NOQ = 60^\circ$.

Критерии проверки.

- Любое полное верное решение — 7 баллов.
- Доказано, что треугольники ANP и QCM равны, но дальнейших продвижений нет или они неверны — 2 балла.
- Приведён только ответ — 0 баллов.